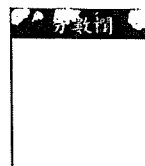


110 學年度第一學期普高數學(高二)



老師：_____ 班級：_____ 座號：_____ 姓名：_____

一、計算與證明題(共 0 分,每題 0 分)

1. 已知 $\vec{a} = (7, 4)$ 、 $\vec{b} = (2, 3)$ ，試將 \vec{a} 分解成平行於 \vec{b} 與垂直於 \vec{b} 的兩個向量。

2. 若異於 0 的四個正數 a, b, c, d 滿足 $(\frac{3}{4})^a = (\frac{5}{3})^b = (\frac{6}{5})^c = (\frac{3}{2})^d$ ，試證： $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d}$ 。

3. 試寫出滿足下列特徵之正弦波：基線為 $y = -2$ ，振幅為 3，週期為 π ，相位角為 $-\frac{\pi}{4}$ 。

4. 已知扇形的半徑為 20，圓心角為 108° ，試求扇形的弧長、周長與面積。

5. 廠商製作一扇子，其半徑為 18 公分，張開後圓心角為 150° 。設計師欲在扇子的兩面皆黏上一層與扇面大小相等的彩繪薄紙，試求製作一把扇子所需彩繪薄紙的面積。

6. 盈佳金控推出外幣高利定存，約定年利率 4%。姍姍存入十萬元外幣，
(1)若每三個月複利計息一次，試問兩年後本利和為多少外幣？
(2)若每六個月複利計息一次，試問兩年後本利和為多少外幣？（四捨五入至整數位）

7. 佳寶實業年營收 10 億元，倘若公司希望在 6 年後年營收達 20 億元，則所需平均年成長率約為多少呢？

8. 若方程組 $\begin{cases} (2-k)x - 5y = 0 \\ 2x + (1+k)y = 0 \end{cases}$ 除了 $x=0$ 、 $y=0$ 之外還有其他解，試求實數 k 的值。

9. $\triangle ABC$ 中，已知 $\tan A = \frac{2}{3}$ 、 $\tan B = \frac{1}{3}$ ，試求 $\tan C$ 的值。

10. (計算機)

試比較 $0.2^{0.2}$ 、 $(\frac{1}{5})^{-1}$ 、 $25^{\frac{-1}{3}}$ 這三個數的大小關係。

11. 試在 $0 \leq x < \pi$ 範圍內，求函數 $y = 2\cos(\frac{\pi}{6} - x) - 2\sin x$ 的最大值與最小值，以及發生最大值與最小值時所對應的 x 值。

12. 設圓 C 之圓心為原點 O ，半徑為 2， $\triangle ABC$ 為圓內接三角形，且

$$3\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 4\overrightarrow{OC} = \vec{0}，試求$$

(1) $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC}$ 。 (2) \overline{BC} 。

13. 已知 $A(1,2)$ 、 $B(2,4)$ 、 $C(8,6)$ 三點，試求

(1) \overrightarrow{AC} 對 \overrightarrow{AB} 的正射影。 (2) 點 C 對直線 AB 的投影點。

(3) $\triangle ABC$ 的面積。

14. 試解方程式 $10^{2x+1} = 4$ 。

15. 若 $\tan \alpha + \tan \beta = 3$ ，且 $\frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\tan \beta} = 2$ ，則 $\tan(\alpha + \beta) = ?$

16. 化簡下列各式：

(1) $\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}})$.

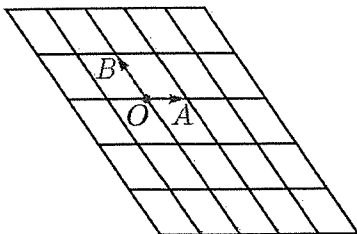
(2) $\frac{\log_{10} \sqrt{27} + \log_{10} 8 - \log_{10} \sqrt{1000}}{\frac{1}{2} \log_{10} 0.3 + \log_{10} 2}$.

17. 設 $\Gamma_1: y=2^x$ 、 $\Gamma_2: y=4^x$ ，直線 $L: x=h$ 與 Γ_1 、 Γ_2 依序交於 A 、 B 兩點且 $\overline{AB}=12$ ，試求 B 點坐標。

18. 咚咚分別於 A 銀行與 B 銀行各存入 1 萬元，而其年利率分別為 3% 與 1%。若 A 與 B 銀行每年複利計息一次，試求至少需經過多少年， A 銀行的本利和是 B 銀行本利和的 2 倍以上。

19. 如右圖所示，已知 $\overline{OA}=1$ 、 $\overline{OB}=\sqrt{3}$ 且 $\angle AOB=120^\circ$ ，試求滿足集合

$S=\{P \mid \overrightarrow{OP}=x\vec{a}+y\vec{b}, -1 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 1\}$ 的所有 P 點所形成的區域面積。



20. 若 $\begin{cases} 2\log x = A \\ \log 3x = B \\ A - B = 1 \end{cases}$ ，試求 x 的值。